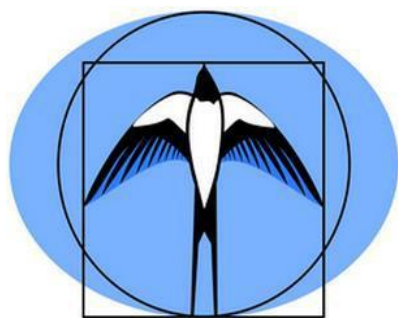




KURATORIUM OŚWIATY
W KRAKOWIE

Kod ucznia

Miejsce na metryczkę ucznia

**Małopolski Konkurs Matematyczny
dla uczniów szkół podstawowych województwa małopolskiego
Etap wojewódzki
Rok szkolny 2023/2024**

Drogi Uczniu!

1. Przed Tobą zestaw 15 zadań konkursowych, za które łącznie możesz uzyskać 60 punktów.
2. Na rozwiązanie zestawu masz **120 minut**. Komisja konkursowa 15 minut przed końcem przypomni Ci o upływającym czasie.
3. Brudnopis nie podlega ocenie.
4. Nie podpisuj się imieniem i nazwiskiem, zakoduj pracę zgodnie z poleceniami Komisji Konkursowej.
5. Nie używaj korektora ani długopisu zmazywalnego – zadanie, w którym ich użyjesz nie będzie oceniane. Odpowiedzi udzielane przy użyciu ołówka nie będą oceniane.
6. Przekaż w depozyt członkom Komisji telefon komórkowy, jeśli go posiadasz przy sobie.
7. Staraj się, aby Twoja praca była czytelna. Pisz i rysuj wyraźnie, nie stosuj skrótów, zapisuj słowa w pełnym brzmieniu.
8. Stwierdzenie niesamodzielności pracy, korzystanie z kalkulatora lub przeszkadzanie innym spowoduje wykluczenie z udziału w konkursie.
9. Jeśli w swojej pracy zaznaczysz inną odpowiedź, a inną na karcie odpowiedzi, to odpowiedź z karty odpowiedzi jest uznawana za ostateczną i to ona zostanie oceniona.

Życzymy Ci satysfakcji z uczestnictwa w konkursie i powodzenia!

Organizatorzy Konkursu

Karta odpowiedzi

Kod ucznia

Numer zadania	Liczba punktów za zadanie	Miejsce na odpowiedź					WYPEŁNIA KOMISJA
		A	B	C	D	E	Przyznane punkty
1.	2						
2.	2						
3.	2						
4.	2						
5.	2						
6.	2						
7.	3						
8.	3						
9.	3						
10.	3						
11.	3						
12.	3						
Suma punktów za zadania zamknięte:							

Numer zadania	1. – 12.	13.	14.	15.	SUMA
Liczba punktów za zadanie	30	10	11	9	60
Uzyskane punkty					

Kody sprawdzających:

Informacje dla ucznia – zadania zamknięte

1. W zadaniach od 1. do 6. podane są 4 odpowiedzi: A, B, C, D. W zadaniach od 7. do 12. podanych jest 5 odpowiedzi: A, B, C, D, E. Wybierz **tylko jedną** odpowiedź i wpisz wyraźnie znak **X** w odpowiedniej kratce w tabeli na karcie odpowiedzi.
Jeśli zaznaczysz błędną odpowiedź, otocz ją kółkiem i wpisz **X** w inną kratkę.
2. Pamiętaj o wypełnieniu karty odpowiedzi!
3. Ostatnie trzy strony tego arkusza są przeznaczone na brudnopis.

Zadanie 1. 2p

Liczby Mersenne’a to takie liczby naturalne, które można zapisać w postaci $2^n - 1$, gdzie n jest liczbą naturalną. Jeśli liczba Mersenne’a jest liczbą pierwszą, to wykładnik n w powyższym zapisie również jest liczbą pierwszą.

Ile jest liczb Mersenne’a mniejszych od 100, które są liczbami pierwszymi?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Zadanie 2. 2p

Sprzedawca n -krotnie (n jest liczbą naturalną) obniżył pierwotną cenę pewnego produktu o 25% tak, że ostateczna cena tego produktu stanowiła mniej niż 25% ceny pierwotnej. Jaka jest najmniejsza możliwa wartość n ?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Zadanie 3. 2p

Liczba $1 - ||1 - \pi| - 2\pi|$ jest równa

- A. -3π B. $-\pi$ C. π D. $3\pi + 2$

Zadanie 4. 2p

Liczba całkowita y podzielona przez 3 daje iloraz całkowity x i resztę 1. Układem spełnionym przez dowolną parę liczb (x, y) opisaną w pierwszym zdaniu jest układ

- A. $\begin{cases} y = 3(x + 1) \\ y - 1 = 3x \end{cases}$ B. $\begin{cases} y : 3 = x + 1 \\ y - 3x - 1 = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 4x + 1 \\ 6x - 2y + 2 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y + x = 5 \\ y - x = 3 \end{cases}$

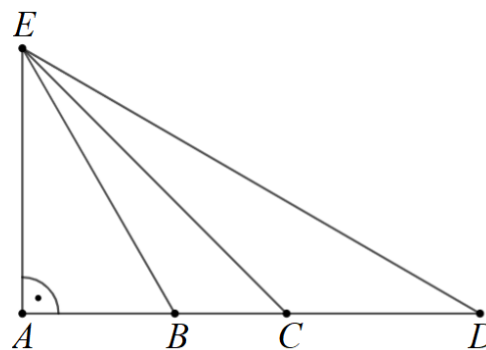
Zadanie 5. 2p

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są cztery punkty, będące kolejnymi wierzchołkami czworokąta $ABCD$. Punkty te mają współrzędne: $A = (0, 0)$, $B = (a, b)$, $C = (a - b, a + b)$ oraz $D = (-b, a)$, gdzie a i b są liczbami dodatnimi. Środek symetrii czworokąta $ABCD$

- A. nie istnieje.
- B. ma współrzędne $\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2}, \frac{a}{2} + \frac{b}{2}\right)$.
- C. ma współrzędne $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$.
- D. jest zawsze w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych.

Informacja do zadań 6. i 7.

Na rysunku obok przedstawiono trójkąt prostokątny ADE , w którym kąt $\sphericalangle ADE$ ma miarę 30° . Na boku AD zaznaczono punkty B i C tak, by $|\sphericalangle ABE| = 60^\circ$ oraz $|\sphericalangle ACE| = 45^\circ$.



Zadanie 6. 2p

Rozważ poniższe zdania:

- I Trójkąty ADE oraz ABE są podobne.
- II Punkt B leży na symetralnej odcinka ED .
- III Punkt B leży na dwusiecznej kąta $\sphericalangle AED$, a punkt C leży na dwusiecznej kąta $\sphericalangle BED$.
- IV Pole trójkąta ABE jest dwukrotnie mniejsze niż pole trójkąta BDE .

Które z powyższych zdań są prawdziwe?

- A. Wszystkie zdania od I do IV.
- B. Tylko zdanie I i III.
- C. Tylko zdanie I, II i IV.
- D. Tylko zdanie II, III i IV.

Zadanie 7. 3p

Jaki jest stosunek proporcjonalny długości odcinków AB , BC i CD ?

- A. $2 : 1 : 2$
- B. $1 : \sqrt{3} : 3$
- C. $1 : (\sqrt{3} - 1) : (3 - \sqrt{3})$
- D. $\sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$
- E. $1 : (\sqrt{2} - 1) : 2\sqrt{3}$

Zadanie 8. 3p

Ile punktów o obu współrzędnych całkowitych znajduje się w odległości 10 od punktu $(0, 0)$?

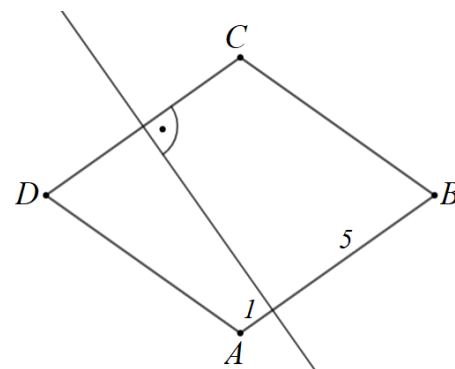
- A. dwa
B. cztery
C. osiem
D. dwanaście
E. nieskończenie wiele

Zadanie 9. 3p

Romb $ABCD$ ma bok długości 6. Symetralna boku CD dzieli bok AB na odcinki długości 1 i 5, jak pokazano na rysunku obok.

Jaka jest długość przekątnej AC tego rombu?

- A. 5
B. $4\sqrt{2}$
C. 6
D. $4\sqrt{3}$
E. $6\sqrt{2}$

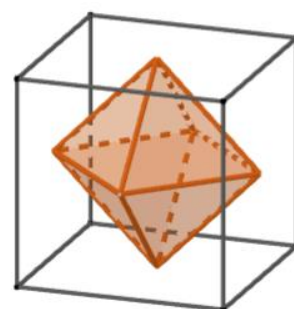


Zadanie 10. 3p

Na każdej ze ścian sześcianu o objętości 48 zaznaczono punkt przecięcia przekątnych danej ściany. Zaznaczone punkty połączono tak, że powstał ośmiościan foremny, widoczny na rysunku obok.

Objętość tego ośmiościanu jest równa

- A. 8
B. 12
C. $12\sqrt{2}$
D. 16
E. 24



Zadanie 11. 3p

Ze zbioru 20 kolejnych liczb naturalnych wylosowano dwie różne liczby. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ich suma jest parzysta?

- A. $\frac{9}{20}$
B. $\frac{9}{19}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{2}{3}$
E. $\frac{3}{4}$

Zadanie 12. 3p

Ile jest liczb trzycyfrowych, które przy dzieleniu przez 11 dają resztę 1?

- A. 81
B. 82
C. 83
D. 90
E. 91



Kod ucznia

Zadanie 14. 11p

Dany jest kąt $\angle BAC$ o mierze równej 30° , gdzie $|AB| = 6$ oraz okrąg O o środku w punkcie B oraz o dowolnym promieniu r .

I. Jeśli długość promienia r wynosi 3, to okrąg O ma jeden punkt wspólny P z ramieniem AC , a kąt $\angle APB$ jest prosty.

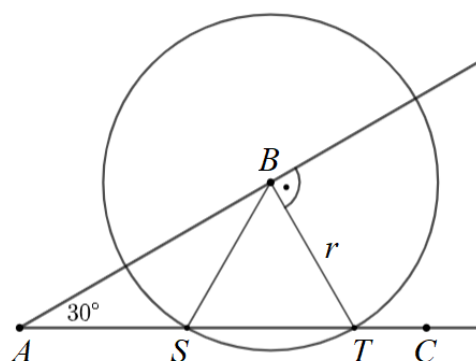
a) **(2p)** Oblicz pole trójkąta APB . Zapisz obliczenia.

b) **(2p)** Okrąg O przecina odcinek AB w punkcie D . Oblicz długość mniejszego łuku DP . Zapisz obliczenia.

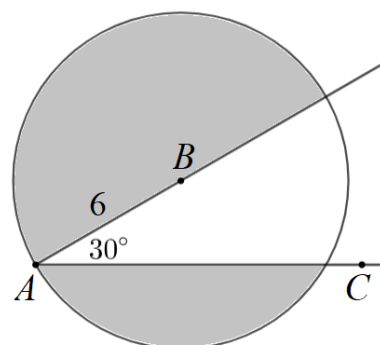
II. Dla pewnego promienia r okrąg O przecina ramię AC w dwóch punktach S i T , gdzie $|AS| < |AT|$ tak, że trójkąt ATB jest prostokątny. Sytuację przedstawiono na rysunku obok.

a) **(2p)** Udowodnij, że trójkąt STB jest równoboczny.

b) **(2p)** Znajdź długość promienia r . Zapisz obliczenia.



III. (3p) Niech długość promienia r okręgu O wynosi 6. Oblicz pole zacieniowanej figury przedstawionej na rysunku obok. Zapisz obliczenia.



Rozwiązanie:





Kod ucznia

5. Czworoscian foremny ma krawędzie o długości a .

-
- A diagram of a tetrahedron. A vertical line segment from the top vertex to the center of the base is labeled H . A line segment from the center of the base to one of the base vertices is labeled R . The edge connecting the top vertex to the same base vertex is labeled a .

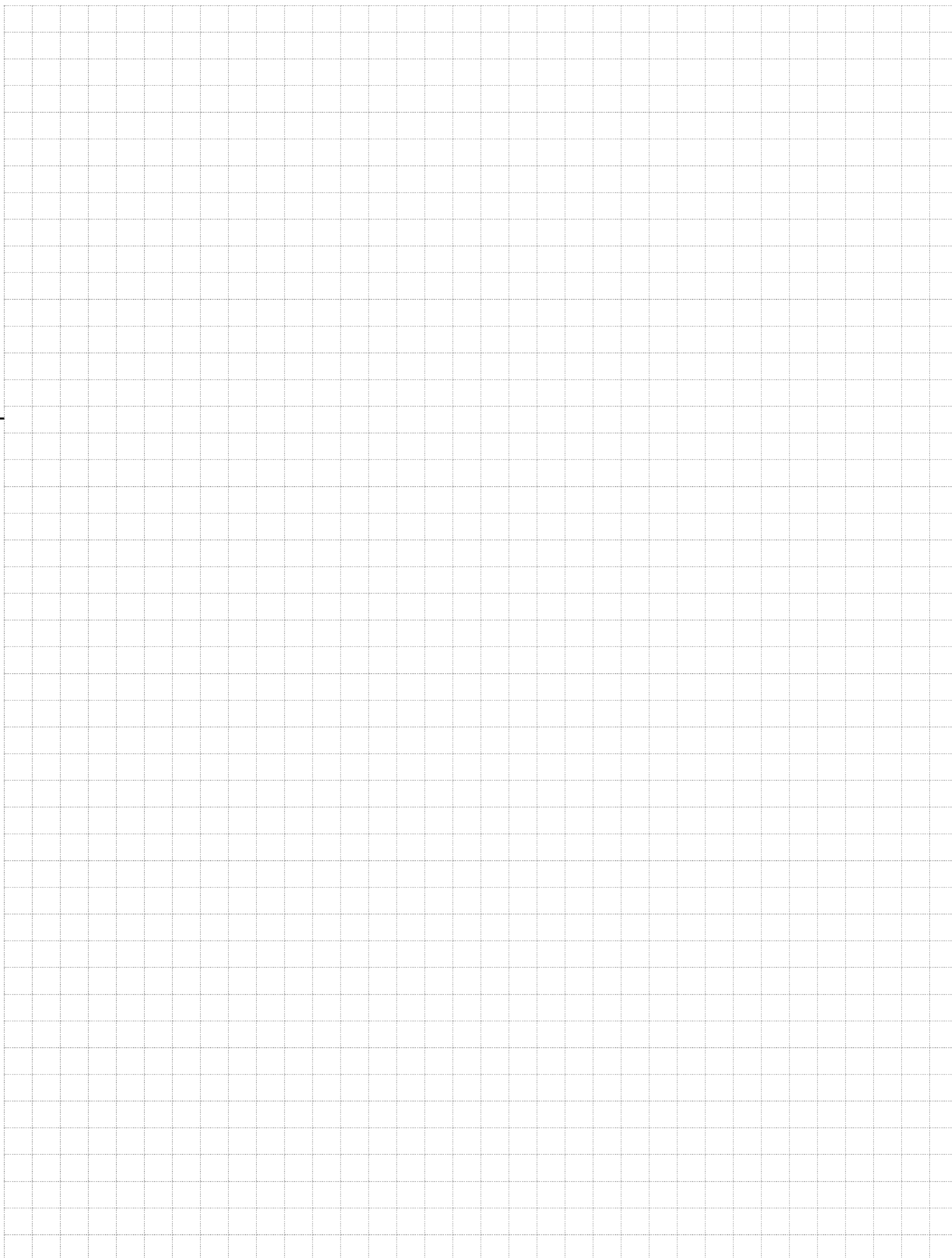
-
- The diagram shows a 3D wireframe of a cube. The front face is a square with solid lines. The top and right faces are also shown with solid lines. Hidden edges and diagonals are represented by dashed lines. A specific path is highlighted with a solid line, starting from the bottom-left vertex of the front face, going up to the top-left vertex, then diagonally down to the bottom-right vertex of the top face, and finally to the top-right vertex of the top face.



BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.

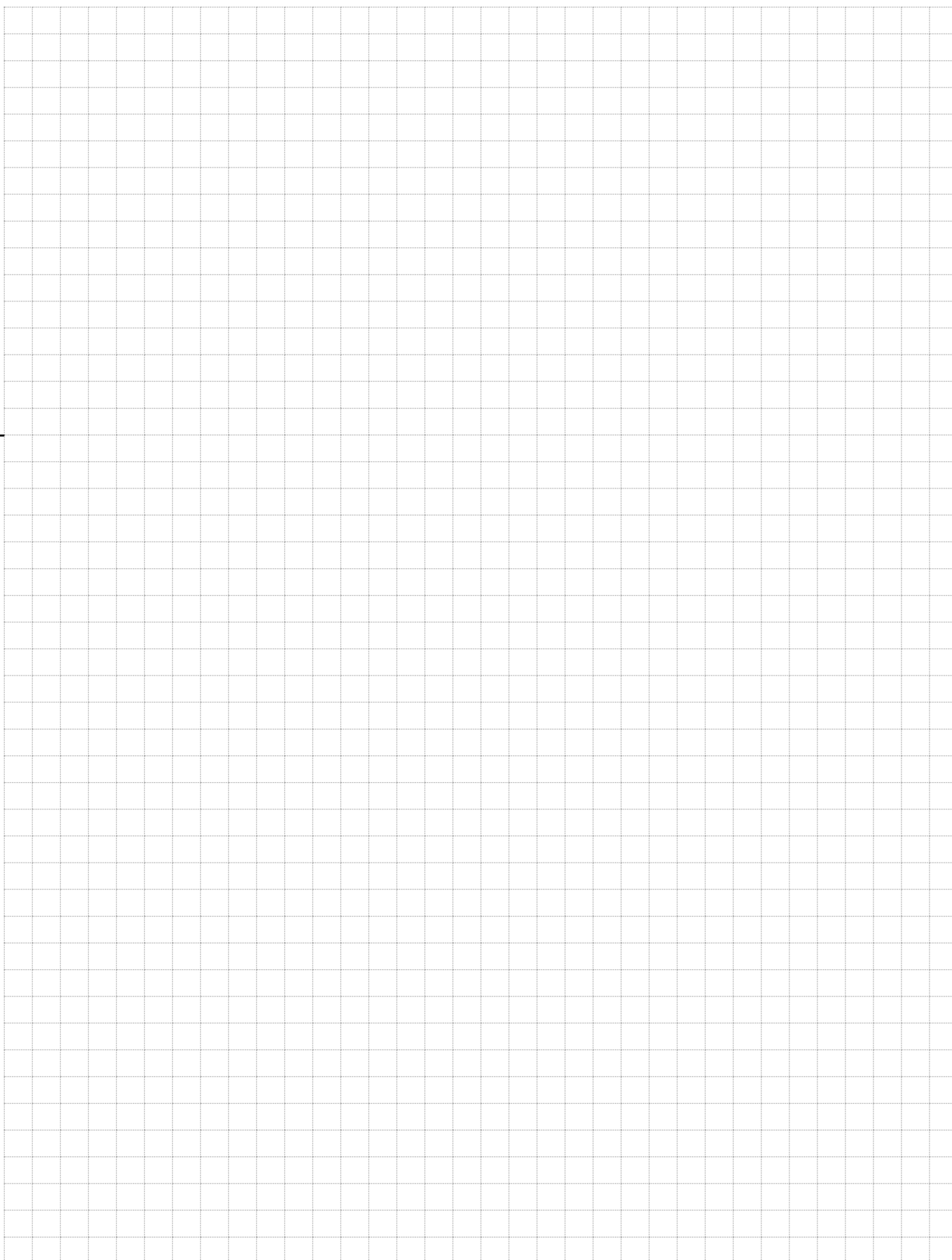
Dodatkowe arkusze na stronie www.inspiroteka.com



BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.

Dodatkowe arkusze na stronie www.inspiroteka.com



BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.

Dodatkowe arkusze na stronie www.inspiroteka.com

