



MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów gimnazjów
Rok szkolny 2015/2016
ETAP REJONOWY – 17 grudnia 2015 roku

1. Przed Tobą zestaw 14 zadań konkursowych.
2. Na ich rozwiązanie masz **90** minut. Piętnaście minut przed upływem tego czasu zostaniesz o tym poinformowany przez członka Komisji Konkursowej.
3. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **31** punktów. W każdym zadaniu zamkniętym spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna.
4. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od 1. do 4. otrzymasz **1** punkt. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od 5. do 10. otrzymasz po **2** punkty.
5. Odpowiedzi do zadań zaznacz symbolem **X** w tabeli odpowiedzi, która znajduje się na 3 stronie arkusza. Oceniane będą tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem **X** inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
6. W zadaniach 11.-14. przedstaw pełne rozwiązania, każde na oddzielnej kartce, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach (w czystopisie).
7. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora. Jedną kartkę z tych, które otrzymasz, możesz poświęcić na brudnopis. Brudnopis nie podlega ocenie.
8. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora.
9. Przekaż wyłączony telefon komórkowy Komisji (jeśli go posiadasz).
10. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym spowodują wykluczenie Ciebie z udziału w Konkursie.

Życzymy Ci powodzenia

Zadanie 1. (1 pkt)

Liczba zer w liczbie $4^{13} \cdot 125^9$, zapisanej w systemie pozycyjnym dziesiętnym, wynosi:

- A. 18 B. 20 C. 22 D. 24 E. 26

Zadanie 2. (1 pkt)

Suma liczb: liczby ścian, liczby krawędzi i liczby wierzchołków pewnego ostrosłupa wynosi 130. Stąd można wyciągnąć wniosek, że liczba krawędzi tego ostrosłupa jest równa:

- A. 60 B. 62 C. 64 D. 66 E. 68

Zadanie 3. (1 pkt)

Hermetyczne naczynie w kształcie prostopadłościanu o krawędziach długości 8 dm, 12 dm i 18 dm jest wypełnione częściowo wodą. Gdy naczynie stoi na ścianie o najmniejszej powierzchni, to woda sięga $\frac{1}{4}$ wysokości naczynia. Gdy je postawimy na ścianie o największej powierzchni, poziom wody osiągnie wysokość:

- A. 20 cm B. 25 cm C. 30 cm D. 35 cm E. 45 cm

Zadanie 4. (1 pkt)

Pewien wielokąt W ma środek symetrii. Które ze zdań jest fałszywe?

- A. Liczba boków wielokąta W jest parzysta.
- B. Wielokąt W jest trójkątem równobocznym.
- C. Niektóre przekątne wielokąta mają wspólny środek.
- D. Boki wielokąta W są parami równe i równoległe.
- E. Liczba wierzchołków wielokąta W jest parzysta.

Zadanie 5. (2 pkt)

Funkcja f przypisuje liczbie naturalnej n , spełniającej warunek $4 < n < 40$, resztę z dzielenia przez 8 liczby o 3 mniejszej od n . Funkcja ta przyjmuje wartość 5:

- A. dla dwóch argumentów
- B. dla trzech argumentów
- C. dla czterech argumentów
- D. dla pięciu argumentów
- E. dla sześciu argumentów

Zadanie 6. (2 pkt)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = 6\sqrt{2}$, $|BC| = 12$, Wysokość CD opuszczona na bok AB ma długość 6. Miara kąta ACB wynosi:

- A. 90° B. 95° C. 100° D. 105° E. 110°

Zadanie 7. (2 pkt)

Dane są liczby $a = (\sqrt{5})^{48}$, $b = 2^{60}$, $c = (4 - (-2)^0)^{36}$. Liczby a, b, c ustawione malejąco to:

- A. a, b, c B. b, c, a C. c, a, b D. a, c, b E. c, b, a

Zadanie 8. (2 pkt)

Wartość wyrażenia $|5 - 3\sqrt[3]{3}| - |\sqrt[3]{-3} - 1|$ jest równa:

- A. $4 - 4\sqrt[3]{3}$ D. $-6 + 2\sqrt[3]{3}$
 B. $6 - 2\sqrt[3]{3}$ E. $-4 + 2\sqrt[3]{3}$
 C. $4 - 2\sqrt[3]{3}$

Zadanie 9. (2 pkt)

Dane są kwadrat A o boku długości a i koło B o promieniu długości r . Na kwadracie A opisano koło C , a na kole B opisano kwadrat D . Pola figur A i B są równe. Różnica pola figury C i pola figury D jest równa:

- A. 0 B. $\frac{\pi^2 - 4}{2} \cdot r^2$ C. $\frac{\pi^2 r^2 - 8}{2}$ D. $\frac{\pi r^2 - 2r^2}{2}$ E. $\frac{\pi^2 - 8}{2} \cdot r^2$

Zadanie 10. (2 pkt)

Na prostej zawierającej wysokość CD trójkąta równobocznego ABC wybrano na zewnątrz trójkąta punkty E i F takie, że $|AD| = |DE|$ oraz $|CF| = |BC|$ i odcinek CF nie zawiera wysokości CD . Miara kąta EAF wynosi:

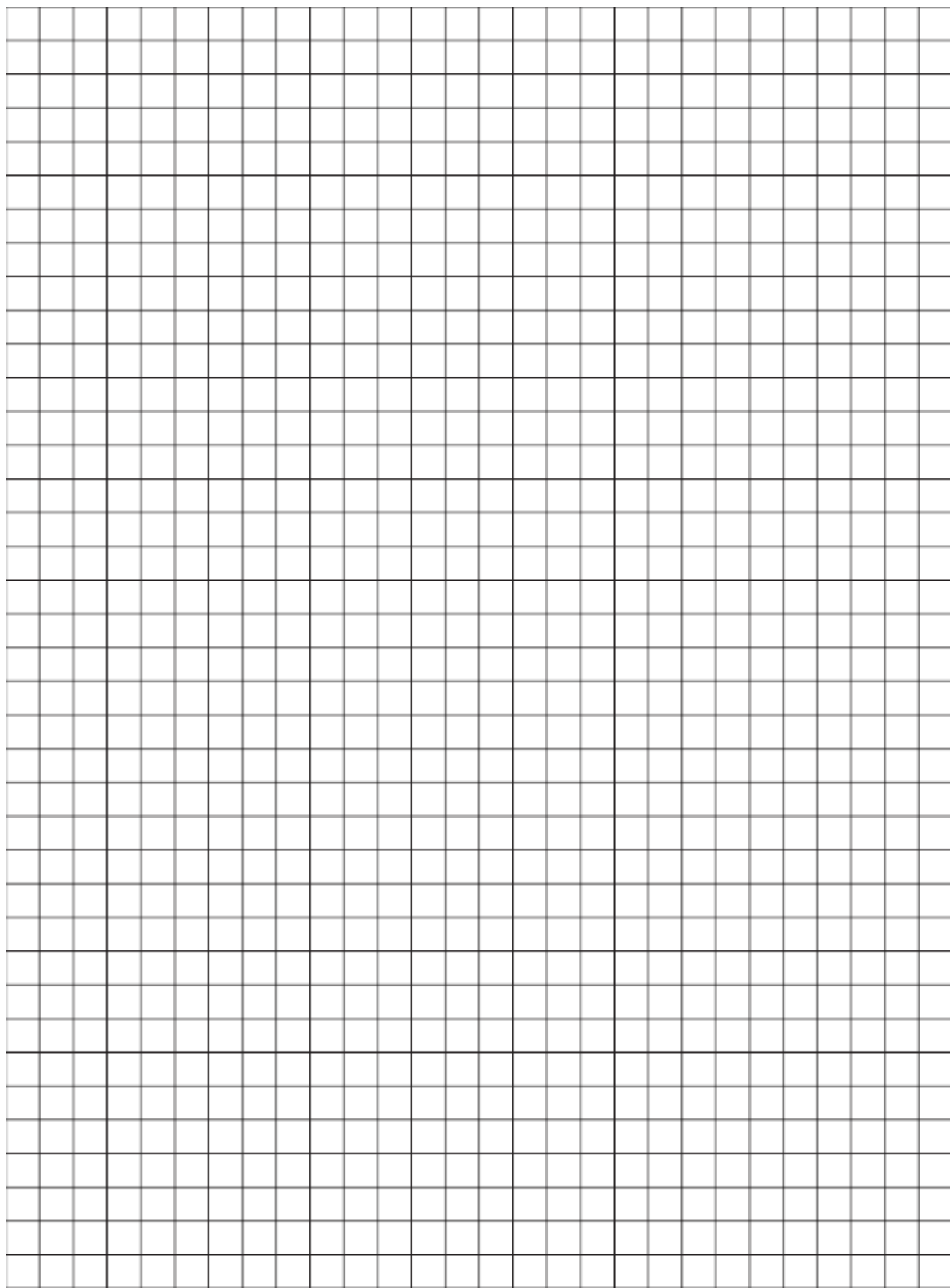
- A. 75° B. 90° C. 105° D. 120° E. 135°

TABELA ODPOWIEDZI

Zad.1	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.2	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.3	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.4	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.5	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.6	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.7	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.8	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.9	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.10	A.	B.	C.	D.	E.

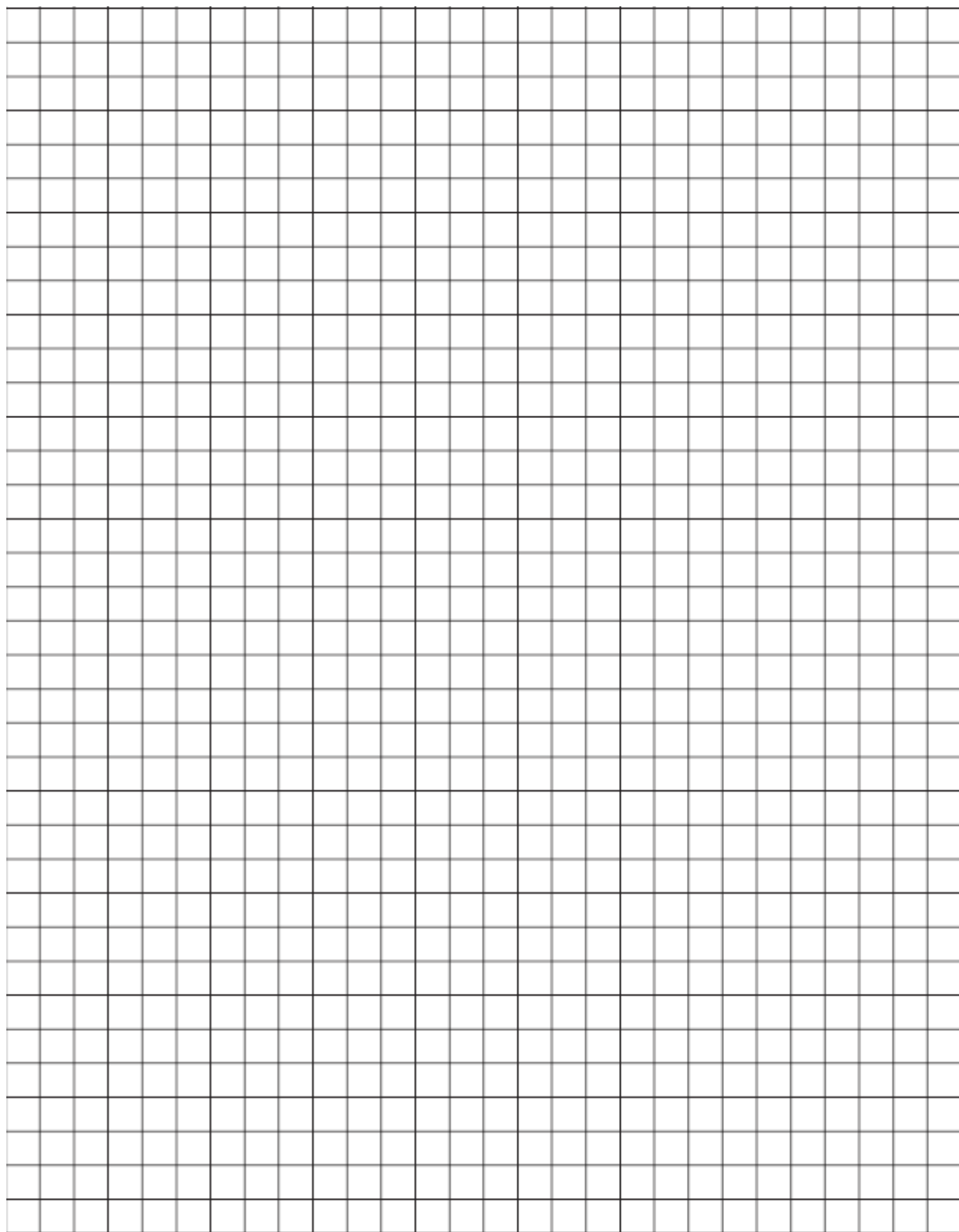
Zadanie 11. (2 pkt.)

Wykaż, że liczba $2^{34} + 2^{31} + 2^{30}$ jest podzielna przez 38.



Zadanie 12. (4 pkt)

Dzieląc liczbę naturalną przez 25 otrzymujemy iloraz (nazywany też czasem ilorazem częściowym) i resztę. Przyjmij, że reszta z dzielenia liczby trzycyfrowej n przez 25 jest równa ilorazowi. Wyznacz największą i najmniejszą liczbę trzycyfrową n o tej własności. Ile jest liczb trzycyfrowych o tej własności?



Zadanie 13. (4 pkt.)

Dwunastu robotników miało wykonać pewną pracę w ciągu 15 dni. Po trzech dniach zatrudniono dodatkowo 4 robotników. O ile dni skróci się czas wykonania tej pracy (zakładamy stałą i równą wydajność pracy wszystkich zatrudnionych).

Zadanie 14. (5 pkt)

Krótsza przekątna graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 13 cm. Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ cm. Oblicz objętość i pole powierzchni tego graniastosłupa.

