

KOD

Nr zad.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Razem
Max liczba pkt.	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	5	5	40
Liczba pkt.													

Kuratorium Oświaty w Katowicach

KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI

Finał – 15 marca 2010 r.

Przeczytaj uważnie poniższą instrukcję:

- Test składa się z 12 zadań. Przy numerze każdego zadania została podana maksymalna liczba punktów możliwych do zdobycia za to zadanie.
- W części I (zadania od 1 do 8) wpisz TAK lub NIE obok każdej z trzech odpowiedzi, w kratce z lewej strony tekstu. Za każdy poprawny wpis otrzymasz 1 punkt – w sumie za każde z tych zadań możesz otrzymać maksymalnie 3 punkty.
- W części II (zadania od 9 do 12), podając rozwiązania, należy zapisać potrzebne obliczenia i uzasadnienia przeprowadzonych rozumowań.
- Margines po prawej stronie kartki jest przeznaczony na brudnopis.
- Zabronione jest korzystanie z kalkulatorów i korektorów pisma (ewentualne błędne zapisy należy wyraźnie skreślić).
- Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
- Aby zostać laureatem musisz zdobyć co najmniej 36 punktów.

Autorzy zadań życzą Ci powodzenia! ☺

Część I

BRUDNOPIS

Zadanie 1. (3 p.)

W romb o przekątnych długości 10 i 8 wpisano kwadrat o bokach równoległych do przekątnych. Prawdą jest, że:

<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

A. bok rombu ma długość $\sqrt{41}$.

B. pole rombu wynosi 80.

C. pole kwadratu wynosi $\frac{1600}{81}$.

Zadanie 2. (3 p.)

Liczba dzieli się przez 11, jeśli różnica między sumą cyfr stojących na miejscach parzystych (licząc od prawej) a sumą cyfr na miejscach nieparzystych jest podzielna przez 11.

Aby liczba 394□0□8 była podzielna przez 11, w puste miejsce można wstawić:

<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

A. 6 i 0.

B. 8 i 9.

C. 2 i 3.

Zadanie 3. (3 p.)

Wykresy funkcji $y = 2x + b$ i $y = ax + 3$ przecinają oś OX w tym samym punkcie, gdy:

<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

A. $a = 1$ i $b = 6$

B. $a = -2$ i $b = -3$

C. $a = -\frac{3}{2}$ i $b = -4$

Zadanie 4. (3 p.)

Jeżeli $x + \frac{1}{x} = 7$ i $x \neq 0$, to wartość wyrażenia $x^2 + \frac{1}{x^2}$:

<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

A. jest liczbą całkowitą.

B. jest mniejsza od 47.

C. jest liczbą wymierną.

Zadanie 5. (3 p.)

W trapez równoramienny o ramionach długości 2 i podstawach długości 1 i 3 wpisano okrąg. Prawdą jest, że:

- | | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | A. Średnica tego okręgu wynosi $\sqrt{3}$. |
| <input type="checkbox"/> | B. Pole tego trapezu wynosi $2\sqrt{3}$. |
| <input type="checkbox"/> | C. Pole koła wyznaczonego przez ten okrąg wynosi 3π . |

Zadanie 6. (3 p.)

Trójkąt ABC o obwodzie 50 cm podzielono za pomocą wysokości h na dwa trójkąty o obwodach 30 cm i 36 cm. Prawdą jest, że:

- | | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | A. Długość wysokości h wynosi 8 cm. |
| <input type="checkbox"/> | B. Otrzymane trójkąty mogą być równoramienne. |
| <input type="checkbox"/> | C. Można obliczyć pola tych trójkątów. |

Zadanie 7. (3 p.)

Rzucamy dwiema sześciennymi kostkami do gry – jedną czerwoną, a drugą zieloną – na których są oczka od 1 do 6. Prawdą jest, że:

- | | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | A. Wszystkich możliwych wyników jest 36. |
| <input type="checkbox"/> | B. Prawdopodobieństwo uzyskania sumy oczek równej 2 wynosi $1/18$. |
| <input type="checkbox"/> | C. Zdarzenie A - „suma otrzymanych oczek wynosi 4” jest bardziej prawdopodobne od zdarzenia B - „wypadnie suma oczek większa niż 10”. |

Zadanie 8. (3 p.)

Pociąg długości 400 m jedzie z prędkością 60 km/h. Przejazd całego pociągu przez tunel (tzn. od wejścia czoła pociągu do chwili opuszczenia tunelu przez ostatni wagon) trwa 2 minuty. Prawdą jest, że:

- | | |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | A. Pociąg jedzie z prędkością 1000 m/min. |
| <input type="checkbox"/> | B. Tunel ma długość 2 km. |
| <input type="checkbox"/> | C. Maszynista jedzie przez tunel 1 minutę 36 sekund. |

Część II

Zadanie 9. (3 p.)

Wiadomo, że:

$$0 \cdot 1 + 1 = 1^2$$

$$1 \cdot 2 + 2 = 2^2$$

$$2 \cdot 3 + 3 = 3^2$$

- a) Przedstaw w analogiczny sposób liczby:
 4^2 , 8^2 , 57^2 , n^2 (n oznacza liczbę naturalną).
- b) Czy kwadrat każdej liczby naturalnej można podobnie przedstawić?
Odpowiedź uzasadnij.

BRUDNOPIS

Zadanie 10. (3 p.)

Uzasadnij, że dla każdej liczby naturalnej dodatniej n liczba $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+5}$ jest podzielna przez 14.

BRUDNOPIS

Zadanie 11. (5 p.)

W sześcianie o krawędzi 2 dm zostały obcięte wszystkie naroża płaszczyznami poprowadzonymi przez środki trzech krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka.
Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej powstałej bryły.

BRUDNOPIS

Zadanie 12. (5 p.)

Student na egzaminie może otrzymać oceny: 5; 4; 3; 2. Otrzymana przez studenta na egzaminie ocena 2 oznacza, że nie zdał on egzaminu. Natomiast, gdy student otrzyma z egzaminu ocenę minimum 4, przyznawane jest mu stypendium.

Ocenę 5 otrzymało 5 studentów, 25% studentów dostało ocenę 4, 3/5 studentów ocenę 3, zaś pozostali nie zdali egzaminu.

Średnia wszystkich ocen z egzaminu wyniosła 3,25.

Oblicz, ilu studentów nie zdało egzaminu, a ilu otrzyma stypendium.

BRUDNOPIS