

KOD

Nr zad.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Razem
Max liczba pkt.	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	6	40
Liczba pkt.													

Kuratorium Oświaty w Katowicach

## KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI

### Finał – 12 marca 2009 r.

Przeczytaj uważnie poniższą instrukcję:

- Test składa się z 12 zadań. Przy numerze każdego zadania została podana maksymalna liczba punktów możliwych do zdobycia za to zadanie.
- Przeczytaj dokładnie treść zadań, zwracając uwagę na to, czy polecenie nakazuje podać jedynie wynik, czy też obliczyć szukaną wielkość (tzn. zapisać obliczenie lub w inny sposób uzasadnić odpowiedź).
- W części I (zadania od 1 do 8) wpisz TAK lub NIE obok każdej z trzech odpowiedzi.  
Za każdy poprawny wpis otrzymasz 1 punkt – w sumie za każde z tych zadań możesz otrzymać maksymalnie 3 punkty.
- Margines po prawej stronie kartki jest przeznaczony na brudnopis.
- Zabronione jest korzystanie z kalkulatorów i korektorów pisma (ewentualne błędne zapisy należy wyraźnie skreślić).
- Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
- Aby zostać laureatem musisz zdobyć co najmniej 36 punktów.

Autorzy zadań życzą Ci powodzenia! ☺

## Część I

BRUDNOPIS

### Zadanie 1. (3 p.)

W pewnej klasie szkoły podstawowej suma lat wszystkich uczniów wynosi 220. Dwóch jest o rok starszych, a dwóch o rok młodszych od pozostałych, którzy są w tym samym wieku. Uczeń w szkole podstawowej może mieć od 6 do 18 lat. Prawdą jest, że:

  
  

- A. Średnia wieku uczniów tej klasy może wynosić 11 lat.
- B. W tej klasie może być tylko 20 uczniów.
- C. Są tylko dwie możliwe liczby uczniów w tej klasie.

### Zadanie 2. (3 p.)

Prawdą jest, że:

  
  

- A. Ułamek  $\frac{4}{7}$  ma w rozwinięciu dziesiętnym na pięćdziesiątym drugim miejscu po przecinku cyfrę 4.
- B. Ułamek  $\frac{15}{21}$  ma rozwinięcie dziesiętne skończone.
- C. Spełniony jest warunek  $\frac{4}{7} < \frac{9}{14} < \frac{15}{21}$ .

### Zadanie 3. (3 p.)

Dana jest funkcja liniowa  $f(x) = |4-m| \cdot x - 10$ .

Prawdą jest, że:

  
  

- A. Liczba 5 jest miejscem zerowym funkcji  $f(x)$ , jeżeli  $m=6$  lub  $m=2$ .
- B. Jeżeli  $m=4$ , to funkcja  $f(x)$  dla każdego argumentu przyjmuje wartości dodatnie.
- C. Jeżeli  $m=4$ , to  $f(0) = -10$ .

### Zadanie 4. (3 p.)

Sześcian o krawędzi 5 dm przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy. Prawdą jest, że:

  
  

- A. Pole tak otrzymanego przekroju może wynosić  $25\sqrt{2}$  dm<sup>2</sup>.
- B. Przekrój może być trójkątem.
- C. Przekrój może być trapezem.

**Zadanie 5. (3 p.)**

Dany jest stożek, w którym długość średnicy koła podstawy jest równa długości wysokości stożka. Jeśli średnicę koła podstawy stożka zwiększymy dwukrotnie, a długość wysokości stożka zmniejszymy dwukrotnie, to otrzymamy inny stożek. Prawdą jest, że:

- A. Tworzące tych stożków mają równe długości.
- B. Pola powierzchni bocznych tych stożków są równe.
- C. Objętości tych stożków są równe.

**Zadanie 6. (3 p.)**

Spośród wszystkich boków i przekątnych sześciokąta foremnego o boku 1 wybieramy losowo jeden odcinek. Prawdą jest, że:

- A. Prawdopodobieństwo wylosowania odcinka o długości 1 wynosi  $\frac{1}{5}$ .
- B. Prawdopodobieństwo wylosowania odcinka o długości  $\sqrt{3}$  wynosi  $\frac{2}{5}$ .
- C. Prawdopodobieństwo wylosowania odcinka o długości większej niż 1,5 wynosi  $\frac{3}{5}$ .

**Zadanie 7. (3 p.)**

Dany jest prostokąt K o bokach  $a$  i  $b$  oraz prostokąt L o bokach  $c$  i  $d$ . Długość boku  $c$  stanowi 90% długości boku  $a$ , zaś długość boku  $d$  stanowi 110% długości boku  $b$ . Prawdą jest, że:

- A. Pole prostokąta K stanowi  $\frac{101}{100}$  pola prostokąta L.
- B. Pole prostokąta L stanowi 99% pola prostokąta K.
- C. Obwody obu prostokątów są równe.

**Zadanie 8. (3 p.)**

Dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a$  i  $b$  określamy działania  $a \circ b$  i  $a \star b$ :  
 gdy  $a \neq b$ , to  $a \circ b$  równa się większej spośród liczb  $a$  i  $b$ ,  
 gdy  $a \neq b$ , to  $a \star b$  równa się mniejszej spośród liczb  $a$  i  $b$ ,  
 gdy  $a = b$ , to  $a \circ b = a \star b = a = b$ .

Prawdą jest, że:

- A.  $(200 \circ (-200)) \star (-200) = -200$
- B.  $(300 \star (-300)) \circ (-300) = 300$
- C.  $(3 \circ 7) \circ (3 \star 7) = 7$

## Część II

---

### Zadanie 9. (4 p.)

Z pudełka, w którym było 4 razy więcej kul białych niż czarnych, wyjęto 4 kule białe i 4 czarne. Wówczas zostało 7 razy więcej kul białych niż czarnych. Ile kul każdego koloru było na początku?

BRUDNOPIS

**Zadanie 10. (3 p.)**

Oblicz wartość wyrażenia  $\frac{a+b}{a-b}$ ,

jeśli  $0 < b < a$  i  $a^2 + b^2 = 4ab$ .

BRUDNOPIS

**Zadanie 11. (3 p.)**

W półkole o średnicy 2 wpisano prostokąt o bokach  $x$  i  $y$  tak, że bok  $y$  tego prostokąta zawiera się w średnicy, a pozostałe 2 wierzchołki prostokąta należą do półokręgu. Wykonaj rysunek pomocniczy i wyprowadź wzór wyrażający zależność długości boku  $x$  od długości boku  $y$ .

BRUDNOPIS

**Zadanie 12. (6 p.)**

W równoległoboku długości boków wynoszą 8 i 5, a kąt ostry ma miarę  $60^\circ$ . Oblicz długości obu wysokości i obu przekątnych tego równoległoboku.

BRUDNOPIS