



**Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy  
z Matematyki  
dla uczniów gimnazjów  
województwa śląskiego  
w roku szkolnym 2012/2013**



KOD UCZNIWA

--	--	--

Etap: rejonowy

Data: 10 stycznia 2013 r.

Czas pracy: **120 minut**

**Informacje dla ucznia**

1. Na stronie tytułowej arkusza, w wyznaczonym miejscu wpisz swój kod ustalony przez komisję.
2. Sprawdź, czy arkusz konkursowy zawiera 8 stron i 13 zadań.
3. Czytaj uważnie wszystkie zadania i polecenia.
4. Rozwiązania zapisuj długopisem lub piórem. Nie używaj korektora.
5. W zadaniach od 2. do 9. postaw „x” przy prawidłowym wskazaniu PRAWDY lub FAŁSZU.
6. Staraj się nie popełniać błędów przy zaznaczaniu odpowiedzi, ale jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊗ i zaznacz inną odpowiedź znakiem „x”.
7. Rozwiązania zadań otwartych zapisz czytelnie w wyznaczonych miejscach. Pomyłki przekreślaj.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane, chyba że wskażesz w nim fragmenty, które należy ocenić.
9. Nie wolno Ci korzystać z kalkulatora.

liczba punktów możliwych do uzyskania: 60

liczba punktów umożliwiająca kwalifikację do kolejnego

etapu: 50

**WYPEŁNIA KOMISJA KONKURSOWA**

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Razem
Liczba punktów możliwych do zdobycia	20	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	60
Liczba punktów uzyskanych przez uczestnika konkursu														

Podpisy przewodniczącego i członków komisji:

- |                           |                     |
|---------------------------|---------------------|
| I. Przewodniczący - ..... | 6. Członek - .....  |
| 1. Członek - .....        | 7. Członek - .....  |
| 2. Członek - .....        | 8. Członek - .....  |
| 3. Członek - .....        | 9. Członek - .....  |
| 4. Członek - .....        | 10. Członek - ..... |
| 5. Członek - .....        | 11. Członek - ..... |

### Zadanie 1. (0-20)

Rozwiąż krzyżówkę, wpisując w odpowiednie miejsca liczby opisane w pytaniach. Jeżeli liczba zawiera inne znaki niż cyfry, to zostały one dopisane, a Twoim zadaniem jest wpisanie jedynie cyfr. Zaznaczone pola rozwiązywanej krzyżówki zawierają kolejne cyfry rozwinięcia dziesiętnego liczby  $\Phi$ , tzw. „złotej liczby”.

Dodatkowe arkusze na stronie: [www.inspiroteka.com](http://www.inspiroteka.com)

- |    |   |    |   |  |  |
|----|---|----|---|--|--|
|    |   | 1, |   |  |  |
| a) |   |    | : |  |  |
| b) | - |    |   |  |  |
| c) |   |    |   |  |  |
| d) |   |    |   |  |  |
| e) |   |    |   |  |  |
| f) |   | ,  |   |  |  |
| g) |   |    |   |  |  |
| h) |   |    |   |  |  |
| i) |   |    |   |  |  |
| j) |   |    |   |  |  |
| k) |   |    |   |  |  |
| l) |   |    |   |  |  |
| m) |   |    |   |  |  |
| n) |   |    |   |  |  |
| o) |   |    |   |  |  |
| p) |   |    |   |  |  |
| q) |   |    |   |  |  |
| r) |   | ,  |   |  |  |
| s) |   |    |   |  |  |
| t) |   |    |   |  |  |
- a) Skala podobieństwa, w której kwadrat o polu  $36 \text{ j}^2$  jest podobny do kwadratu o polu  $49 \text{ j}^2$ .
- b) Największa ujemna liczba trzycyfrowa.
- c) Liczba odwrotna do 0,125.
- d) Największy wspólny dzielnik liczb 630 i 420.
- e) Mianownik najmniejszej z wymienionych liczb:  
 $-\frac{1}{9}; -\frac{1}{7}; -\frac{1}{5}; -\frac{1}{3}$ .
- f) Liczba  $\pi$  z dokładnością do 0,01.
- g) Liczba zer w zapisie liczby jeden miliard.
- h) Spośród liczb 512125, 858585, 321321 podzielna przez 15 jest liczba ...
- i) Sześcian parzystej liczby pierwszej.
- j) Największa dwucyfrowa liczba pierwsza.
- k) Wartość liczby:  $2^{(3-2+1)}$
- l) Liczba naturalna, której nie można wstawić za  $x$  w wyrażeniu:  $\frac{1}{81-x^2}$
- m) Dzielnik w ilorazie:  $\frac{4321}{8765}$
- n) Wartość wyrażenia:  $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{3}}$
- o) Objętość ostrosłupa o takiej samej podstawie i wysokości, jaką ma graniastosłup o objętości  $735 \text{ j}^3$ .
- p) Wartość współczynnika  $b$  funkcji liniowej  $y = 2x - b$ , dla której liczba 242 jest miejscem zerowym tej funkcji.
- q) Pole powierzchni kuli, której pole przekroju zawierającego środek tej kuli wynosi  $120 \text{ j}^2$ .
- r) Wartość współczynnika przy  $x$  funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu funkcji  $y = \frac{4}{5}x + 1$ .
- s) Wykładnik  $n$  w wyrażeniu  $8^4 = 2^n$
- t) Przybliżenie liczby 99555 z dokładnością do tysięcy.

W zadaniach od 2. do 9. oceń, czy podane zdania są prawdziwe czy fałszywe. Zaznacz właściwą odpowiedź.

**Zadanie 2. (0-3)**

Jeżeli 10 pomp w ciągu dziesięciu minut wypompowuje 10 ton wody, to

- I. 25 pomp wypompowuje 25 ton wody w ciągu 10 minut.  
 PRAWDA  FAŁSZ
- II. 5 pomp wypompowuje 10 ton wody w ciągu 20 minut.  
 PRAWDA  FAŁSZ
- III. 10 pomp wypompowuje 5 ton wody w ciągu 5 minut.  
 PRAWDA  FAŁSZ

**Zadanie 3. (0-3)**

W pewnym miesiącu trzy niedziele wypadły w dni parzyste.

- I. Dwudziesty tego miesiąca wypada w piątek.  
 PRAWDA  FAŁSZ
- II. Trzydziesty tego miesiąca wypada w niedzielę.  
 PRAWDA  FAŁSZ
- III. Poniedziałków w tym miesiącu musi być 5.  
 PRAWDA  FAŁSZ

**Zadanie 4. (0-3)**

Liczba  $n$  nazywa się średnią harmoniczną liczb  $a$  i  $b$ , jeżeli  $\frac{2}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

- I. Średnia harmoniczna liczb przeciwnych jest równa 0.  
 PRAWDA  FAŁSZ
- II. Jeżeli średnia harmoniczna liczb  $a$  i  $b$  jest równa ich średniej arytmetycznej, to  $a = b$ .  
 PRAWDA  FAŁSZ
- III. Średnia harmoniczna liczb odwrotnych jest odwrotnością ich średniej arytmetycznej.  
 PRAWDA  FAŁSZ

**Zadanie 5. (0-3)**

Dla dowolnej liczby naturalnej  $n$

- I.  $2^{n-1} + 2^{n-1} + 2^{n-1} + 2^{n-1} = 2^{4n-4}$   
 PRAWDA  FAŁSZ
- II.  $5^{n-1} + 5^{n-1} + 5^{n-1} + 5^{n-1} + 5^{n-1} = 5^n$   
 PRAWDA  FAŁSZ
- III.  $6^{n-1} + 6^{n-1} + 6^{n-1} + 6^{n-1} + 6^{n-1} + 6^{n-1} = 6^{6n}$   
 PRAWDA  FAŁSZ

**Zadanie 6. (0-3)**

Działanie  $\otimes$  dla liczb rzeczywistych określono następującym wzorem:

$$a \otimes b = a + b + a \cdot b. \text{ Wtedy:}$$

- I.  $a \otimes 0 = a.$   PRAWDA  FAŁSZ
- II.  $6 \otimes (-6) = 0.$   PRAWDA  FAŁSZ
- III.  $(a-1) \otimes (a+1) = (a \otimes a) - 1.$   PRAWDA  FAŁSZ

**Zadanie 7. (0-3)**

Na planie sporządzonym w skali 1 : 2000 plac ma kształt kwadratu o polu  $225 \text{ cm}^2$ .

- I. Obwód tego placu w rzeczywistości wynosi 1200 m.  PRAWDA  FAŁSZ
- II. Pole tego placu w rzeczywistości przekracza 10 ha.  PRAWDA  FAŁSZ
- III. Pole placu na planie wykonanym w skali 1 : 5000 wynosi  $90 \text{ cm}^2$ .  PRAWDA  FAŁSZ

**Zadanie 8. (0-3)**

Dane jest wyrażenie  $W = \frac{2n + 15}{n}.$

- I. Istnieje liczba parzysta  $n$ , dla której wyrażenie  $W$  przyjmuje wartość będącą liczbą naturalną.  PRAWDA  FAŁSZ
- II. Istnieją dokładnie 4 liczby naturalne  $n$ , dla których wyrażenie  $W$  przyjmuje wartość będącą liczbą naturalną.  PRAWDA  FAŁSZ
- III. Istnieje liczba całkowita  $n$ , dla której wartość wyrażenia  $W$  wynosi zero.  PRAWDA  FAŁSZ

**Zadanie 9. (0-3)**

Funkcja  $F$  określona jest w następujący sposób: każdej liczbie rzeczywistej  $x$  spełniającej warunek  $-3 \leq x \leq 3$  funkcja przyporządkowuje największą liczbę całkowitą, nie większą niż  $x$ .

- I. Funkcja  $F$  jest funkcją rosnącą.  PRAWDA  FAŁSZ
- II. Najmniejszą wartością tej funkcji jest liczba  $-3$ .  PRAWDA  FAŁSZ
- III. Dla każdej liczby  $x$  spełniającej warunek  $0 \leq x < 1$  funkcja przyjmuje wartość zero.  PRAWDA  FAŁSZ

**Zadanie 10. (0-4)**

Ania w ciągu godziny pokonała rowerem trasę o długości 10,5 km. Na pierwszym odcinku trasy biegnącej ścieżką rowerową, średnia prędkość jazdy Ani wynosiła 18 km/h, a na drugim, prowadzącym przez las 8 km/h. Oblicz, który odcinek trasy był dłuższy – pierwszy (na ścieżce rowerowej) czy drugi (przez las)?

**BRUDNOPIS**

**Zadanie 11. (0-4)**

**Cena biletu na mecz wynosiła 45 zł. Gdy cenę obniżono, okazało się, że na mecz przychodzi o 50% widzów więcej, a dochód ze sprzedaży biletów wzrósł o 25%. O ile obniżono cenę biletu?**

**Zadanie 12. (0-4)**

Dwie ściany prostopadłościanu o wspólnej krawędzi długości 15 cm są prostokątami podobnymi w skali  $k = 1,5$ . Oblicz pole powierzchni i objętość tej bryły.

**Zadanie 13. (0-4)**

W ćwiartkę koła wpisano półkoła, jak pokazano na rysunku. Wykaż, że pola figur  $F_1$  i  $F_2$  są równe.

