

KOD

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Razem
Maksym. liczba punktów	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	5	5	48
Liczba zdobytych punktów															

Kuratorium Oświaty w Katowicach

KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI Etap rejonowy – 11 stycznia 2007 r.

Przeczytaj uważnie poniższą instrukcję:

- ◆ Test składa się z 14 zadań. Przy numerze każdego zadania została podana maksymalna liczba punktów możliwych do zdobycia za to zadanie.
- ◆ Przeczytaj dokładnie treść zadań, zwracając uwagę na to, czy polecenie nakazuje podać jedynie wynik, czy też obliczyć szukaną wielkość (tzn. zapisać obliczenie) lub w inny sposób uzasadnić odpowiedź.
- ◆ W części I (zadania od 1 do 9) wpisz TAK lub NIE obok każdej z trzech odpowiedzi. Za każdy poprawny wpis otrzymasz 1 punkt – w sumie, za każde z tych zadań, możesz otrzymać maksymalnie 3 punkty.
- ◆ Margines po prawej stronie kartki jest przeznaczony na brudnopis.
- ◆ Zabronione jest korzystanie z kalkulatorów i korektorów pisma (ewentualne błędne zapisy należy wyraźnie skreślić).
- ◆ Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
- ◆ Aby zakwalifikować się do finału musisz zdobyć co najmniej 41 punktów.

Autorzy zadań życzą Ci powodzenia! ☺

Część I

Zadanie 1. (3 p.)

Roczna stopa procentowania w pewnym banku wynosi 6%, a kapitalizacja odsetek następuje co pół roku. Wpłacono na konto 1000 zł. Po roku bank wypłaci:

- | | |
|--------------------------|-------------------|
| <input type="checkbox"/> | A. 1006 zł 90 gr, |
| <input type="checkbox"/> | B. 1060 zł, |
| <input type="checkbox"/> | C. 1060 zł 90 gr. |

Zadanie 2. (3 p.)

Wśród liczb postaci $3^n - 1$, gdzie n jest liczbą całkowitą dodatnią:

- | | |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | A. dokładnie jedna jest liczbą pierwszą, |
| <input type="checkbox"/> | B. wszystkie liczby są parzyste, |
| <input type="checkbox"/> | C. co najmniej jedna jest liczbą pierwszą. |

Zadanie 3. (3 p.)

Pewien graniastosłup ma 90 krawędzi. Ma on:

- | | |
|--------------------------|---------------------|
| <input type="checkbox"/> | A. 32 ściany, |
| <input type="checkbox"/> | B. 45 wierzchołków, |
| <input type="checkbox"/> | C. 60 wierzchołków, |

Zadanie 4. (3 p.)

Prawdopodobieństwo tego, że losując 3 patyczki spośród 4 o długościach 2 cm, 3 cm, 4 cm i 5 cm, zbudujemy trójkąt jest:

- | | |
|--------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | A. równe $\frac{3}{4}$, |
| <input type="checkbox"/> | B. mniejsze od $\frac{1}{2}$, |
| <input type="checkbox"/> | C. równe 1. |

Zadanie 5. (3 p.)

Liczba, będąca wartością wyrażenia $3^{15} + 3^{16} + 3^{17}$ jest wielokrotnością liczby:

- | | |
|--------------------------|--------|
| <input type="checkbox"/> | A. 39, |
| <input type="checkbox"/> | B. 6, |
| <input type="checkbox"/> | C. 9. |

Zadanie 6. (3 p.)

Liczba dwucyfrowa jest 4 razy większa od sumy swoich cyfr. Prawdą jest, że:

- | | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | A. Istnieją 4 takie liczby. |
| <input type="checkbox"/> | B. Taką liczbą jest 36. |
| <input type="checkbox"/> | C. Tylko liczba 36 spełnia ten warunek. |

Zadanie 7. (3 p.)

Funkcja liniowa spełnia warunki $f(x) = f(x+2) - 4$ i $f(1) = 1$.

Funkcja ta wyraża się wzorem:

- | | |
|--------------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/> | A. $f(x) = 4x - 3$ |
| <input type="checkbox"/> | B. $f(x) = 2x - 1$ |
| <input type="checkbox"/> | C. $f(x) = -x + 2$ |

Zadanie 8. (3 p.)

Wartość wyrażenia $|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}|$ wynosi:

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | A. $3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ |
| <input type="checkbox"/> | B. $-(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})$ |
| <input type="checkbox"/> | C. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ |

Zadanie 9. (3 p.)

Pojazd przebywa ustaloną drogę ruchem jednostajnym prostoliniowym. Gdy prędkość pojazdu zwiększymy a razy, to czas jazdy:

- | | |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | A. skróci się $\frac{1}{a}$ razy. |
| <input type="checkbox"/> | B. skróci się o $\left(1 - \frac{1}{a}\right) \cdot 100\%$ |
| <input type="checkbox"/> | C. skróci się o $\frac{1}{a} \cdot 100\%$ |

Część II

Zadanie 10. (3 p.)

Liczbę $\frac{8}{23}$ można zapisać w postaci tzw. ułamka łańcuchowego w taki sposób:

$$\frac{8}{23} = \frac{1}{\frac{23}{8}} = \frac{1}{2 + \frac{7}{8}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{8}{7}}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{7}}}$$

Zamień na ułamek łańcuchowy liczbę $\frac{5}{29}$.

Zadanie 11. (4 p.)

Prosta $x = 2$ jest osią symetrii wykresu funkcji

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 4, & \text{dla } x \geq 2 \\ \dots\dots\dots, & \text{dla } x < 2 \end{cases}$$

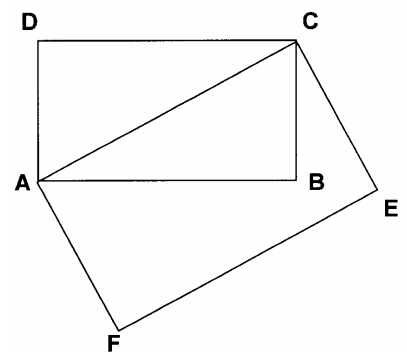
Uzupełnij wzór funkcji $f(x)$ i naszkicuj wykres tej funkcji.

Zadanie 12. (4 p.)

Wykaż, że liczba $\sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}}$ jest liczbą naturalną.

Zadanie 13. (5 p.)

Przekątna AC prostokąta ABCD jest bokiem podobnego do niego prostokąta ACEF (patrz rys.). Pole wspólnej części tych prostokątów stanowi 40% pola prostokąta ACEF. Znajdź stosunek długości boków prostokąta ABCD.



Zadanie 14. (5 p.)

Trzy szkoły zorganizowały wspólne zawody sportowe. Pierwsza szkoła wystawiła o 25% uczniów więcej niż druga, druga o 4 osoby więcej niż trzecia. Szkoły druga i trzecia wystawiły łącznie o 20 uczniów więcej niż szkoła pierwsza. Oblicz, ilu uczniów z każdej szkoły wzięło udział w zawodach.