

KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI
Etap szkolny – 9 listopada 2005 r.

Przeczytaj uważnie poniższą instrukcję:

- Test składa się z **14** zadań. Przy numerze każdego zadania została podana maksymalna liczba punktów możliwych do zdobycia za to zadanie.
- Przeczytaj uważnie treść zadań, zwracając uwagę na to, czy polecenie każe podać jedynie wynik, czy też obliczyć szukaną wielkość (tzn. zapisać obliczenie) lub w inny sposób uzasadnić odpowiedź.
- Uwaga! W zadaniach od 1 do 9 wpisz TAK lub NIE obok każdej z trzech odpowiedzi. Za każdy poprawny wpis otrzymasz 1 punkt – w sumie za każde z tych zadań możesz otrzymać maksymalnie 3 punkty.**
- Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.

Autorzy zadań życzą Ci powodzenia!

Część I

Zadanie 1. (3 p.)

Wiadomo, że 7 jest dzielnikiem liczby 988428. Liczba 988428 jest zatem podzielna przez:

- | | |
|--------------------------|-------|
| <input type="checkbox"/> | a) 21 |
| <input type="checkbox"/> | b) 28 |
| <input type="checkbox"/> | c) 63 |

Zadanie 2. (3 p.)

Środek symetrii ma:

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| <input type="checkbox"/> | a) romb, |
| <input type="checkbox"/> | b) trójkąt równoboczny, |
| <input type="checkbox"/> | c) odcinek. |

Zadanie 3. (3 p.)

Wykres funkcji $y = ax + b$ przechodzi przez punkty:

- | | |
|--------------------------|-----------------|
| <input type="checkbox"/> | a) $A=(0, b)$ |
| <input type="checkbox"/> | b) $B=(a, b)$ |
| <input type="checkbox"/> | c) $C=(1, a+b)$ |

Zadanie 4. (3 p.)

Liczbą wymierną może być:

- | | |
|--------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | a) iloraz dwóch liczb niewymiernych, |
| <input type="checkbox"/> | b) iloczyn dwóch liczb niewymiernych, |
| <input type="checkbox"/> | c) suma dwóch liczb niewymiernych. |

Zadanie 5. (3 p.)

Liczba $\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ zwana jest liczbą złotą. Odwrotność φ , to:

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| <input type="text"/> | a) $\frac{1}{\sqrt{5}-1}$ |
| <input type="text"/> | b) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ |
| <input type="text"/> | c) $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$ |

Zadanie 6. (3 p.)

Bakterie rozmnażają się przez podział. W ciągu każdej sekundy z jednej bakterii powstają dwie.

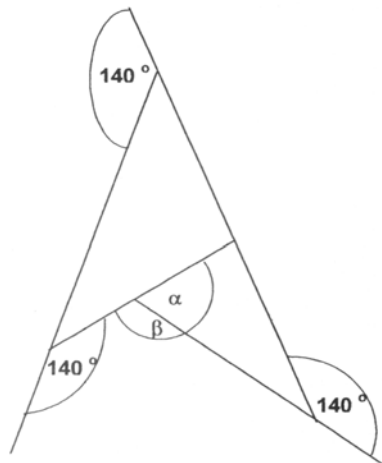
Gdybyśmy w pustej probówce umieścili jedną bakterię, to probówka wypełniłaby się bakteriami w ciągu jednej godziny. Pół probówki będzie wypełnione w ciągu:

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| <input type="text"/> | a) 30 minut, |
| <input type="text"/> | b) 59 minut, |
| <input type="text"/> | c) 59 minut i 59 sekund |

Zadanie 7. (3 p.)

Miara kąta β (rysunek obok) wynosi:

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| <input type="text"/> | a) $360^\circ - \alpha$ |
| <input type="text"/> | b) 120° |
| <input type="text"/> | c) $180^\circ - \alpha$ |

**Zadanie 8. (3 p.)**

W kwadrat o boku 10 wpisano okrąg. W okrąg ten wpisano prostokąt, którego jeden z boków ma długość 8. Pole prostokąta, to następujący procent pola kwadratu:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| <input type="text"/> | a) 80% |
| <input type="text"/> | b) 48% |
| <input type="text"/> | c) $208\frac{1}{3}\%$ |

Zadanie 9. (3 p.)

Basia pomyślała sobie dwie liczby takie, że ich największy wspólny dzielnik jest równy 21, a najmniejsza wspólna wielokrotność jest równa 210. Jedną z pomyślanych przez Basię liczb może być:

- | | |
|----------------------|--------|
| <input type="text"/> | a) 42 |
| <input type="text"/> | b) 84 |
| <input type="text"/> | c) 105 |

Zadanie 10. (3 p.)

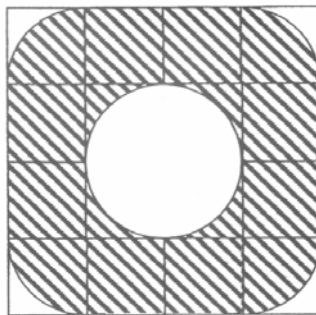
Samochód pewnej marki traci w ciągu roku 20% swojej wartości. Oblicz, w którym roku użytkowania samochodu straci on połowę swej pierwotnej wartości.

Zadanie 11. (4 p.)

Dane są funkcje postaci: $y = ax + 2$. Zaznacz tę część płaszczyzny, w której zawierają się wykresy tych funkcji tylko dla $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$. Sprawdź, czy punkt $A = (100, 77)$ należy do zaznaczonej części płaszczyzny.

Zadanie 12. (4 p.)

Oblicz pole zakreśkowanej części kwadratu o boku 4 (rysunek poniżej).



Zadanie 13. (4 p.)

Różnica dwóch liczb naturalnych dwucyfrowych wynosi 63. Dzieląc jedną z nich przez drugą otrzymujemy 3 i resztę 5. Wykaż, że jeżeli przestawimy cyfry tych liczb, to ich suma i iloczyn nie zmienią się.

Zadanie 14. (6 p.)

W prostokąt wpisano dwa jednakowe mniejsze koła i jedno koło większe, tak jak na rysunku obok. Koła te są styczne do boków prostokąta i wzajemnie styczne zewnętrznie. Krótszy z boków prostokąta ma długość 4. Oblicz długość dłuższego z boków tego prostokąta.

